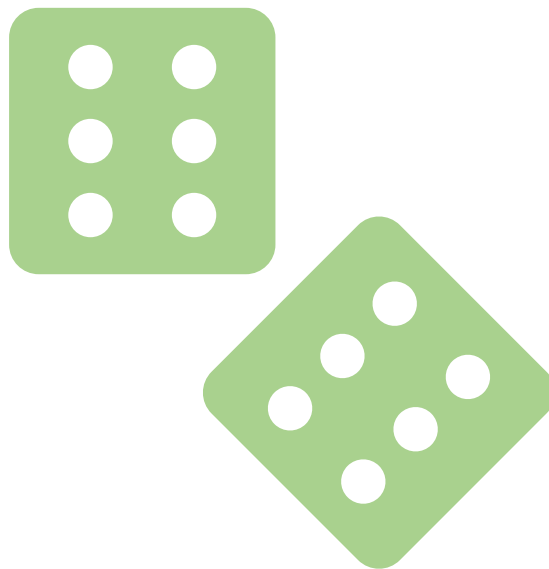


Talforståelse

Sandsynlighed og kombinatorik

1



Navn: _____

Klasse: _____

Indholdsfortegnelse

Læringsmål	3
Procent - Sproget af sandsynlighed	4
Opvarmning af decimaltal, brøker og procent	5
Sandsynlighed eller chance?	7
Sandsynlighed og udfald?	8
Hvad er sandsynlighed?	9
Sandsynlighed i hverdagen	13
Kortspil og terninger	16
Grundlæggende begreber	17
Gunstigt udfald	20
P i sandsynlighed?	22
Introduktion til kombinatorik	24
Hvordan hænger kombinatorik sammen med sandsynlighed?	26
Næste hæfte	27

Læringsmål

1. Forståelse af Sandsynlighed

Eleverne skal kunne definere sandsynlighed og forstå forskellen mellem sandsynlighed og chance. De skal kunne give eksempler på sandsynlighed i hverdagen og forklare, hvordan sandsynlighed måles som et tal mellem 0 og 1 eller som en procent.

2. Omregning mellem Brøker, Decimaltal og Procenter

Eleverne skal kunne omregne mellem brøker, decimaltal og procenter samt forstå, hvordan disse repræsenterer de samme værdier. De skal kunne udføre beregninger og anvende disse konverteringer i sandsynlighedssammenhænge.

3. Identifikation af Udfald og Udfaldsrum

Eleverne skal kunne identificere udfald og udfaldsrum i forskellige sandsynlighedssituationer, herunder hvordan man tæller mulige udfald, når man kaster terninger, trækker kort eller vælger fra en gruppe.

4. Kombinatorik og Gunstige Udfald

Eleverne skal kunne anvende kombinatorik til at finde antallet af gunstige udfald i en given situation og forstå, hvordan dette relaterer sig til sandsynlighed. De skal kunne beregne sandsynligheden for forskellige hændelser ved hjælp af formlen $P(A) = \frac{\text{Gunstigt udfald}}{\text{Mulige udfald}}$

5. Praktisk Anvendelse af Sandsynlighed og Kombinatorik

Eleverne skal kunne anvende deres viden om sandsynlighed og kombinatorik i praktiske opgaver, såsom at løse problemer relateret til kortspil, terningkast og hverdagssituationer, hvor de skal vurdere chancer og muligheder.

Procent - Sproget af sandsynlighed

Sandsynlighed betyder, hvor stor chance der er for, at noget sker, og det måles ofte i procent eller brøker. For eksempel er sandsynligheden for at få krone, når du kaster en mønt, 50%.

Hvad er procenter?

Procenter betyder "ud af 100". Det er en måde at vise, hvor stor en del af noget du har. For eksempel:

- Hvis du spiser **50%** af en pizza, har du spist halvdelen.
- Hvis du har lavet **100%** af dine lektier, er du helt færdig.

Procenter hjælper os med at forstå dele af noget på en nem måde.

Hvordan hænger de to sammen?

Sandsynlighed måles oftest i procent. For eksempel:

- Hvis du kaster en mønt, er der to muligheder: **krone eller plat**. Der er lige stor chance for hver side, så sandsynligheden for at få **krone** er **50%**, og sandsynligheden for at få **plat** er også **50%**.
- Hvis du trækker et kort fra en kortbunke med 10 kort, og ét af dem er et rødt kort, er sandsynligheden for at trække det røde kort **10%**, fordi der kun er 1 ud af 10 kort, der er rødt.

Et sjovt eksempel:

Forestil dig, at du har en pose med 100 bolcher:

- 30 er røde.
- 20 er grønne.
- 50 er blå.

Hvis du trækker et bolche fra posen uden at kigge, kan vi bruge procenter til at sige, hvad sandsynligheden er:

- Sandsynligheden for at få et rødt bolche er **30%** (fordi 30 ud af 100 bolcher er røde).
- Sandsynligheden for at få et grønt bolche er **20%**.
- Sandsynligheden for at få et blå bolche er **50%**.

Ved at bruge procenter kan vi altså nemt vise, hvor stor sandsynligheden er for, at noget sker. Det gør det lettere at forstå og regne med. 😊

Opvarmning af decimaltal, brøker og procent

Brøker, decimaltal og procenter viser alle dele af en helhed.

$$\text{Sandsynlighed} = \frac{\text{Ønsket udfald}}{\text{Mulige udfald}}$$

Når vi præsenterer sandsynlighed, bruger vi ofte procent, men når vi beregner sandsynlighed, arbejder vi typisk med brøker. For eksempel kan vi undersøge sandsynligheden for at få krone, når man slår med en mønt.

Når vi slår med en mønt, kan vi finde sandsynligheden for at få krone ved at dividere det ønskede udfald (krone) med det samlede antal mulige udfald (krone eller plat). I dette tilfælde er der ét ønsket udfald og to mulige udfald i alt.

Vi har altså divisionsstykket 1 divideret med 2 eller brøken, $\frac{1}{2}$. Altså

- En brøk, $\frac{1}{2}$, betyder "1 ud af 2 dele". Man kunne også sige 1 divideret med 2.
- Det samme som et decimaltal er 0,5 (fordi 1 divideret med 2 er 0,5).
- Og som procent er det 50% (fordi 0,5 gange 100 bliver 50)

De kan altså alle bruges til at vise den samme værdi på forskellige måder!



Opgave

Note: I dette hæfte må du gerne bruge lommeregner til alle opgaver

Udfyld de manglende kasser i tabellen

Brøk	Decimaltal	Procent		Brøk	Decimaltal	Procent
$\frac{1}{2}$	0,5				2	
$\frac{1}{8}$		12,5 %			1,3	
$\frac{3}{8}$				$\frac{2}{5}$		
	0,75				0,6	
		80 %				33,3 %
$\frac{3}{5}$					0,4	
		100 %		$\frac{2}{3}$		

Opgave - Lidt mere træning

Husk at afkrydse facit i bunden af siden

Opgave 1: Fra brøk til decimaltal og procent

- 1.1 Skriv brøken $\frac{1}{4}$ som et decimaltal.
 - 1.2 Omregn $\frac{1}{4}$ til procent.
 - 1.3 Gentag processen med brøken $\frac{3}{5}$ til procent
-

Opgave 2: Fra procent til brøk og decimaltal

- 2.1 Omregn 75% til en brøk i sin simpleste form.
 - 2.2 Skriv 75% som et decimaltal.
 - 2.3 Omregn 40% til en brøk.
-

Opgave 3: Fra decimaltal til brøk og procent

- 3.1 Skriv decimaltallet 0,6 som en brøk i sin simpleste form.
 - 3.2 Omregn 0,6 til procent.
 - 3.3 Gentag processen med decimaltallet 0,125 til procent.
-

Opgave 4: Blandede opgaver

- 4.1 Omregn $\frac{2}{3}$ til procent.
 - 4.2 Skriv 0,2 som både en brøk og i procent.
 - 4.3 Omregn 33,33% til et decimaltal.
-

Opgave 5: Anvendelse i hverdagen

- 5.1 Hvis du har spist $\frac{3}{8}$ af en pizza, hvor meget er det som procent?
- 5.2 En tilbudsvarer er sat ned med 0,4 af prisen. Hvor meget svarer det til i procent?
- 5.3 Hvis du har udført 80% af en opgave, hvor meget er det som en brøk i sin simpleste form?

Facit

12,5 %, 20%, 0,25, 25 %, 0,333, 0,333, 37,5 %, $\frac{2}{5}$, 40 %, $\frac{3}{5}$, 60 %, 60 %, 66,67 %, $\frac{3}{4}$, 0,75, $\frac{4}{5}$

Sandsynlighed eller chance?

Forskellen mellem **sandsynlighed** og **chance** ligger primært i sproget og konteksten, hvori de bruges. De refererer begge til sandsynligheden for, at noget sker, men bruges ofte lidt forskelligt afhængigt af situationen.

Sandsynlighed

- **Definition:** Sandsynlighed er et matematisk begreb, der kvantificerer, hvor sandsynligt det er, at en given begivenhed sker. Det angives som en værdi mellem 0 og 1, eller som en procentdel.
- **Målbart:** Sandsynlighed bruges ofte i formelle og matematiske kontekster, hvor man kan beregne præcise værdier.
- **Eksempel:**
 - Sandsynligheden for at slå en 6'er med en terning er $\frac{1}{6}$ (ca. 16,67 %).
 - Sandsynligheden for at trække et hjerte fra en kortbunke er $\frac{13}{52}$ (25 %).

Chance

- **Definition:** Chance er et mere uformelt begreb, der ofte bruges i daglig tale til at beskrive muligheden for, at noget sker. Det refererer også til sandsynlighed, men er mindre præcist og mere subjektivt.
- **Subjektivt:** Chance bruges ofte til at beskrive situationer, hvor sandsynligheden ikke nødvendigvis er kendt eller præcist beregnet.
- **Eksempel:**
 - "Der er en god chance for, at det regner i dag."
 - "Hvad er mine chancer for at vinde i lotteriet?"

Opgave: Sandsynlighed vs. Chance

Del 1: Sandsynlighed

1. Du kaster en 6-sidet terning én gang.
 - Hvad er **sandsynligheden** for, at du slår en 4?
 - Hvad er **sandsynligheden** for, at du slår et ulige tal (1, 3 eller 5)?

Del 2: Chance

2. Du spiller et spil, hvor du vinder, hvis du slår en 5 eller 6 med en terning.
 - Hvordan vil du beskrive dine **chancer** for at vinde? Brug ord som "høj", "lav" eller "middel".

Facit

$$\frac{1}{6}, \frac{3}{6}$$

Sandsynlighed og udfald?

Udfald er de forskellige mulige resultater, der kan ske i en sandsynlighedssituation. For eksempel, når du kaster en mønt, er der to mulige udfald: **krone** og **plåt**. Når du kaster en terning, er der seks mulige udfald: **1, 2, 3, 4, 5 eller 6**. Det samlede antal udfald kaldes **udfaldsrummet**, og sandsynligheden for et bestemt udfald beregnes ved at dividere antallet af ønskede udfald med antallet af mulige udfald.

Opgaver

Opgave 1: Kast med en terning

Du kaster en almindelig terning med seks sider.

- 1.1 Hvor mange mulige udfald er der?
 - 1.2 Nævn alle de mulige udfald.
 - 1.3 Hvis du ønsker at slå en 4'er, hvad er det ønskede udfald?
-

Opgave 2: Vælg en farve

En pose indeholder 5 røde, 3 blå og 2 grønne kugler.

- 2.1 Hvad er udfaldsrummet, hvis du trækker én kugle?
 - 2.2 Hvad er det ønskede udfald (antal), hvis du kun vil have en blå kugle?
-

Opgave 3: Træk et kort

I en bunke kort er der 10 kort nummereret fra 1 til 10.

- 3.1 Hvad er alle de mulige udfald?
 - 3.2 Hvis du kun vil have et kort med et ulige tal, hvad er de ønskede udfald?
 - 3.3 Hvor mange ønskede udfald er der, hvis du kun ønsker kort nummer 5?
-

Opgave 4: Lav dine egne udfald

Forestil dig, at du spinner et hjul med tre farver: rød, gul og blå.

- 4.1 Hvad er de mulige udfald, når du spinner hjulet én gang?
- 4.2 Hvis du ønsker, at hjulet lander på blå, hvad er det ønskede udfald?

Facit

1 (blå), 1 (nummer 4), 1 (nummer 5), (1,2,3,4,5,6), (1,2,3,4,5,6, 7,8, 9, 10), (1,3,5,7,9), 3, 6, 10, (rød, gul og blå),

Hvad er sandsynlighed?

Sandsynlighed er et mål for, hvor sandsynligt det er, at en bestemt begivenhed vil finde sted. Det angives normalt som et tal mellem 0 og 1, hvor:

- **0** betyder, at begivenheden aldrig vil ske (umulig).
- **1** betyder, at begivenheden altid vil ske (sikker).

Eksempel

Sandsynligheden for at kaste en 6'er med en 6-sidet terning er $\frac{1}{6}$ fordi der er én "6'er" og seks mulige resultater.

$$\text{Altså } \frac{\text{Det du gerne vil slå}}{\text{Mulige resultater}}$$

Formel for sandsynlighed

Sandsynligheden for en begivenhed A beregnes som:

$$\text{Begivenhed A} = \frac{\text{Det du gerne vil have}}{\text{Mulige resultater}} \text{ eller på fagsprog } \frac{\text{Antal gunstig udfald}}{\text{Antal mulige udfald}}$$

Eksempel

Hvis du trækker et kort fra et sæt spillekort (52 kort), og du ønsker sandsynligheden for at få et hjerte, er der 13 hjerte i sættet. Sandsynligheden er:

$$\text{Sandsynligheden for at trække et kort med hjerte} = \frac{\text{Antal gunstig udfald}}{\text{Antal mulige udfald}} \text{ eller } \frac{\text{antal hjerte i et sæt spillekort}}{\text{antal kort i et sæt spillekort}}$$

Godt, vi ved der er 13 hjerte i et sæt spillekort, og 52 kort i alt

$$\text{Sandsynligheden for at trække et kort med hjerte} = \frac{\text{antal hjerte i et sæt spillekort}}{\text{antal kort i et sæt spillekort}} = \frac{13}{52}$$

For at få vores resultat i procent, skal vi blot udregne brøken og gange med 100

$$\text{Sandsynligheden for at trække et kort med hjerte} = \frac{13}{52} \cdot 100 = 25 \%$$

Der er altså en 25 % sandsynlighed for at trække et hjerte-kort i et sæt spillekort.

Note: I dette hæfte må du gerne bruge lommeregner til alle opgaver



Terninger

En **terning** er en form for spilelement, der bruges i mange forskellige spil. Den mest almindelige terning er en **6-sidet terning**, som har numrene 1 til 6 på sine sider. Når man kaster en terning, lander den på en af sine sider, og det nummer, der vender opad, bliver resultatet af kastet.

De mest almindelige typer af terninger:

6-sidet terning (D6): Den mest brugte terning, som har 6 sider med numrene 1, 2, 3, 4, 5 og 6. Denne bruges i mange brætspil som f.eks. Ludo, Monopoly og Yatzy.

Andre typer terninger: Terninger kan også have flere eller færre sider, for eksempel:

- **4-sidet terning (D4):** En pyramideformet terning med numrene 1, 2, 3 og 4.
- **8-sidet terning (D8):** En terning med 8 sider og numrene 1 til 8.
- **10-sidet terning (D10):** En terning med 10 sider og numrene 0 til 9 eller 1 til 10.
- **12-sidet terning (D12):** En terning med 12 sider og numrene 1 til 12.
- **20-sidet terning (D20):** En terning med 20 sider og numrene 1 til 20, ofte brugt i rollespil som Dungeons & Dragons.

Hvordan fungerer en terning?

Når du kaster en terning, vil den lande på en af sine sider, og du får det nummer, der er på den øverste side. Man siger, at resultatet af kastet er det "**udfald**", og udfaldsrummet for en 6-sidet terning er {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

For eksempel:

- Hvis du kaster en 6-sidet terning, kan resultatet være 1, 2, 3, 4, 5 eller 6.
- Hvis du kaster to terninger, kan du få resultater som (1, 2), (3, 5), (6, 6), osv.

Opgave - Terninger

Del 1: En enkelt terning

Hvis du kaster en enkelt 6-sidet terning:

- Hvad er udfaldsrummet for kastet? Skriv alle mulige udfald. Altså hvilke tal kan du slå?
 -
- Hvad er sandsynligheden for at slå en 3? Skriv som brøk:
 - $\frac{1}{6}$
- Hvad er sandsynligheden for at slå en 5? Skriv som brøk:
 -
- Hvad er sandsynligheden for at slå en 6? Skriv som brøk:
 -
- Hvad er sandsynligheden for at slå en 1? Skriv som brøk:

Opgave - Formel form for sandsynlighed

Opgave 1 - Indsæt de manglende tal og find svaret

Der er 4 forskellige kulør i et spil kort = Klør, Spade, Hjerter og Ruder.

Hvis du trækker et kort fra et sæt spillekort (52 kort), og du ønsker sandsynligheden for at få et klør, er der 13 klør i sættet. Sandsynligheden er:

$$\text{Sandsynligheden for at trække et kort med hjerte} = \frac{\text{Antal gunstig udfald}}{\text{Antal mulige udfald}} \text{ eller } \frac{\text{antal klør i et sæt spillekort}}{\text{antal kort i et sæt spillekort}}$$

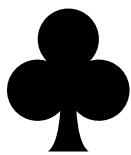
Godt, vi ved der er 13 klør i et sæt spillekort, og 52 kort i alt. Indsæt de manglende tal og find svaret

$$\text{Sandsynligheden for at trække et kort med hjerte} = \frac{\text{antal hjerte i et sæt spillekort}}{\text{antal kort i et sæt spillekort}} = \frac{13}{52}$$

For at få vores resultat i procent, skal vi blot udregne brøken og gange med 100

$$\text{Sandsynligheden for at trække et kort med hjerte} = \frac{13}{52} \cdot 100 = 25 \%$$

Der er altså en 25 % sandsynlighed for at trække et hjerte-kort i et sæt spillekort.



= Klør



= Spade



= Hjerter



= Ruder

Sandsynlighed

=

$$\frac{\text{Ønsket udfald}}{\text{Mulige udfald}}$$

Opgave 2 -Husk at afkrydse facit og svare i procent)

Opgave 1: Hvis du trækker et kort fra et sæt spillekort (52 kort), og der er 13 ruder i sættet. Hvad er sandsynligheden for du trækker en ruder?

Opgave 2: Hvis du trækker et kort fra et sæt spillekort (52 kort), og du ønsker sandsynligheden for at få et kort med kuløren spade?

Opgave 3: Hvis du trækker et kort fra et sæt spillekort (52 kort), og der er fire 5'er i sættet. Hvad er sandsynligheden for du trækker en 5'er?

Opgave 4: Hvis du trækker et kort fra et sæt spillekort (52 kort), og der er fire 7'er i sættet. Hvad er sandsynligheden for du trækker en 7'er?

Opgave 5: Hvis du trækker et kort fra et sæt spillekort (52 kort), og der er fire 8'er i sættet. Hvad er sandsynligheden for du trækker en 8'er?

Opgave 6: Hvis du trækker et kort fra et *specielt* sæt spillekort (10 kort), og der er fem 10'er i sættet. Hvad er sandsynligheden for du trækker en 10'er?

Opgave 7: Hvis du trækker et kort fra et *specielt* sæt spillekort (12 kort), og der er fire 7'er i sættet. Hvad er sandsynligheden for du trækker en 7'er?

Opgave 8: Hvis du trækker et kort fra et *specielt* sæt spillekort (21 kort), og der er syv 9'er i sættet. Hvad er sandsynligheden for du trækker en 9'er?

Opgave 9: Hvis du trækker et kort fra et *specielt* sæt spillekort (25 kort), og der er fem 6'ere i sættet. Hvad er sandsynligheden for du trækker en 6'er?

Opgave 10: Hvis du trækker et kort fra et *specielt* sæt spillekort (21 kort), og der er tre 2'ere i sættet. Hvad er sandsynligheden for du trækker en 2'er?

Facit

7,7 %, 7,7 %, 7,7 %, 14,3 %, 20 %, 25 %, 25%, 25 %, 33,3 %, 33,3 %, 50 %,

Sandsynlighed i hverdagen

Sandsynlighed bruges ofte til at vurdere risiko eller chancer i forskellige situationer, såsom:

- Sandsynligheden for regn (vejrudsigten siger "80% chance for regn").
- Sandsynligheden for at vinde i et spil eller lotteri.
- Sandsynligheden for at noget går galt (f.eks. fejlsandsynlighed i teknologi).

Typer af sandsynlighed

1. **Subjektiv sandsynlighed:**

Baseret på personlige vurderinger eller skøn.

Eksempel: "Jeg tror, der er 70% chance for, at mit hold vinder kampen."

2. **Teoretisk sandsynlighed:**

Beregnes ud fra logiske principper og antallet af mulige udfald.

Eksempel: Sandsynligheden for at slå en 6'er med en terning er $\frac{1}{6}$

3. **Empirisk sandsynlighed:**

Beregnes ud fra observationer og data.

Eksempel: Hvis det har regnet 3 ud af de sidste 10 dage, er sandsynligheden for regn baseret på disse data $\frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$

Opgaver med empirisk sandsynlighed

Husk at afkrydse facit på næste side

Opgave 1: Det har sneet 5 dage ud af de sidste 40 dage. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at det sner en tilfældig dag?

Opgave 2: Din bus har været forsinket 12 dage ud af de sidste 50 dage. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at bussen er forsinket en tilfældig dag?

Opgave 3: Du har spist morgenmad hjemme 18 dage ud af de sidste 30 dage. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at du spiser morgenmad hjemme en tilfældig dag?

Opgave 4: Et dyr i en park er blevet set på 7 ud af 25 dage, hvor du har observeret. Hvad er den empiriske sandsynlighed for at se dyret en tilfældig dag?

Opgave 5: Din yndlingsfodboldspiller har scoret mål i 9 af de sidste 15 kampe. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at spilleren scorer i en tilfældig kamp?

Opgave 6: Et tog er kommet til tiden på 22 af de sidste 30 dage. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at toget kommer til tiden en tilfældig dag?

Opgave 7: Du har trænet i fitnesscenteret 14 ud af de sidste 20 dage. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at du træner en tilfældig dag?

Opgave 8: I løbet af de sidste 100 dage har solen skinnet 65 af dem. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at solen skinner en tilfældig dag?

Opgave 9: I en måned er du vågnet før vækkeuret 10 dage ud af 30. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at du vågner før vækkeuret en tilfældig dag?

Opgave 10: Du har gået en tur om aftenen 6 aftener ud af de sidste 14. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at du går en aften tur en tilfældig dag?

Opgave 11: Everton har vundet 8 kampe ud af deres sidste 25 kampe. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at Everton vinder en tilfældig kamp?

Opgave 12: Arsenal har scoret mål i 18 ud af deres sidste 20 kampe. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at Arsenal scorer i en tilfældig kamp?

Opgave 13: Du har spillet Minecraft i 15 af de sidste 30 dage. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at du spiller Minecraft en tilfældig dag?

Opgave 14: I løbet af den sidste måned har du spillet Roblox 20 ud af 31 dage. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at du spiller Roblox en tilfældig dag?

Opgave 15: Du har fået en Victory Royale i 12 ud af de sidste 50 Fortnite-kampe, du har spillet. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at du får en Victory Royale i en tilfældig kamp?

Opgave 16: Du har postet noget på sociale medier 12 dage ud af de sidste 20 dage. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at du poster noget på sociale medier en tilfældig dag?

Opgave 17: Du har købt nyt tøj 5 gange ud af de sidste 15 gange, du har været ude at shoppe. Hvad er den empiriske sandsynlighed for, at du køber nyt tøj, når du er ude at shoppe?

Facit

12,5%, 24%, 24 %, 28%, 30 %, 32 %, 33,3%, 33,3%, 42,9%, 50 %, 60%, 60%, 60 %, 64,5 %, 65%, 70%, 73,3%, 90 %

Opgaver: Opsummering af sandsynlighed og chance

Huske at afkrydse facit i bunden af siden. Spørgsmål om chance er ikke i facit.

Opgave 1: Terningkast

Du kaster en 6-sidet terning én gang.

- Hvad er **sandsynligheden** for at slå en 2?
- Hvad er **chancerne** for at slå et tal, der er større end 4?

Opgave 2: Kortspil

Du trækker et kort fra en standardkortbunke (52 kort).

- Hvad er **sandsynligheden** for at trække en rød konge?
- Hvordan vil du beskrive dine **chancer** for at trække et hjerter?

Opgave 3: Møntkast

Du kaster en mønt én gang.

- Hvad er **sandsynligheden** for at få plat?
- Hvis du skal gætte udfaldet, hvordan vil du beskrive dine **chancer** for at gætte rigtigt?

Opgave 4: Lotteri

Du køber én lotteriseddel, og der er 100 sedler i alt, hvor kun én vinder.

- Hvad er **sandsynligheden** for at vinde?
- Hvordan vil du beskrive dine **chancer** for at vinde?

Opgave 5: Kugler i en pose

En pose indeholder 10 kugler: 4 røde, 3 blå og 3 grønne.

- Hvad er **sandsynligheden** for at trække en blå kugle?
- Hvad er dine **chancer** for at trække en rød kugle?

Opgave 6: Terningspil

Du spiller et spil, hvor du vinder, hvis du slår et lige tal (2, 4 eller 6) med en 6-sidet terning.

- Hvad er **sandsynligheden** for at vinde?
- Hvordan vil du beskrive dine **chancer** for at vinde?

Opgave 7: Fodboldkamp

Dit yndlingshold spiller en fodboldkamp, og eksperter vurderer, at de har en **sandsynlighed** på 60 % for at vinde.

- Hvordan vil du beskrive deres **chancer** for at vinde?
- Er det mere sandsynligt, at de vinder eller taber?

Facit

1%, 3,85 %, 16,67 %, 25 %, 30 %, 33,33 %, 40 %, 50 %, 50 %, 50%, 50 %, 60 %, 60 %

Kortspil og terninger

Kortspil

Et **kortspil** er et spil, der spilles med et sæt kort. I et standardkortspil er der **52 kort**, som er opdelt i 4 kulør: **hjerter, ruder, klør** og **spar**. Hver kulør har 13 kort: **Es, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, knægt (J), dame (Q), konge (K)**.

Her er en kort forklaring af, hvordan et typisk kortspil fungerer:

De 4 kulør

1. **Hjerter (♥)**
Rød farve.
2. **Ruder (♦)**
Rød farve.
3. **Klør (♣)**
Sort farve.
4. **Spar (♠)**
Sort farve.

Hver kulør har 13 kort:

- **Es (A)** – normalt det højeste kort.
- **2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10** – de numeriske kort.
- **Knægt (K)** – en billedkort, der kommer efter 10.
- **Dame (D)** – et billedkort, der er højere end knægten.
- **Konge (K)** – det højeste billedkort.

Opgave - Kortspil

Husk at afkrydse facit

- Hvor mange af hjerte er der i et kortspil? $\frac{13}{52}$
- Hvor mange af ruder er der i et kortspil?
- Hvor mange af klør er der i et kortspil?
- Hvor mange af spar er der i et kortspil?
- Hvor mange sorte kort er der i et kortspil?
- Hvor mange røde kort er der i et kortspil?
- Hvor mange konger kort er der i et kortspil?
- Hvor mange dronninger kort er der i et kortspil?
- Hvor mange kort er 3 eller 4 i et kortspil?

Facit

$\frac{4}{52}, \frac{4}{52}, \frac{8}{52}, \frac{13}{52}, \frac{13}{52}, \frac{13}{52}, \frac{13}{52}, \frac{26}{52}, \frac{26}{52}$

Grundlæggende begreber

Hændelse

En **hændelse** er et resultat eller en samling af resultater fra et eksperiment. Når vi laver et eksperiment, som for eksempel at kaste en terning eller trække et kort, er en hændelse noget, der kan ske i det eksperiment.

Udfaldsrum

U for udfaldsrum. Udfaldsrummet er som en slags verden, hvor alle de muligheder, vi kan opleve, findes. Når vi laver et eksperiment, som for eksempel at kaste en terning, er udfaldsrummet alle de mulige resultater, vi kan få.

For eksempel, hvis vi kaster en terning og kigger på, hvor mange øjne der kommer op, så er udfaldsrummet:

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Det betyder, at der er 6 forskellige muligheder, fordi terningen har 6 sider.

Hvis vi i stedet kaster to terninger, vil vi få et resultat med to tal. For eksempel (4,3), hvor den første terning viser 4, og den anden viser 3. Når vi kaster to terninger, er der 36 mulige udfald, fordi den første terning kan vise 6 forskellige tal, og den anden terning kan også vise 6 forskellige tal. Så der er $6 * 6 = 36$ forskellige muligheder. Udfaldsrummet for to terninger ser sådan ud:

$$U = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), \dots, (6,6)\}$$

Hvis vi spiller poker, hvor vi får 5 kort ud af et kortspil med 52 kort, kunne en pokerhånd være sådan her: (K5, S3, HE, RJ, KK) – altså Klør 5, Spar 3, Hjerter Es, Ruder Knægt og Klør Konge. I poker er der 2.598.960 forskellige hænder, som man kan få. Vi vender tilbage til, hvordan vi udregner dette tal i en senere lektion.

Hvis vi havde en skål med 3 røde bolde og 1 blå bold, og vi trak en bold, ville udfaldsrummet være:

$$U = \{\text{Rød}, \text{Blå}\}$$

Så her er der kun to muligheder: enten får man en rød bold, eller man får en blå bold.

Hændelse

En **hændelse** er et resultat eller en samling af resultater fra et eksperiment. Når vi laver et eksperiment, som for eksempel at kaste en terning eller trække et kort, er en hændelse noget, der kan ske i det eksperiment.

Lad os kigge på et par eksempler for at gøre det nemmere at forstå:

1. **Kaste en terning:**

- Udfaldsrummet er $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, som vi allerede har set.
- En hændelse kan være, at terningen viser et **lige tal**. De mulige udfald, der opfylder denne hændelse, er $\{2, 4, 6\}$.
- En anden hændelse kan være, at terningen viser et **lige tal større end 4**. Den hændelse ville kun indeholde $\{6\}$.

2. **Kaste to terninger:**

- Udfaldsrummet består af 36 mulige resultater, f.eks. $(1,1)$, $(1,2)$, $(1,3)$, ..., $(6,6)$.
- En hændelse kan være, at den første terning viser **et lige tal**, og den anden terning viser **et ulige tal**. Hændelsen kunne da være alle de kombinationer, hvor den første terning viser 2, 4 eller 6, og den anden terning viser 1, 3 eller 5.

3. **Trække et kort fra et kortspil:**

- Udfaldsrummet er 52 kort.
- En hændelse kan være, at man trækker et **hjerterkort**. De mulige udfald her vil være $\{\text{Hjerter Es, Hjerter 2, Hjerter 3, ..., Hjerter Konge}\}$.
- En anden hændelse kan være at trække **et kort, der er højere end 10** (det vil sige Knægt, Dame, Konge eller Es). Denne hændelse vil være $\{\text{Hjerter Knægt, Ruder Dame, Spar Konge, osv.}\}$.

Typer af hændelser:

- **Enkel hændelse:** Når vi kun kigger på ét resultat ad gangen. For eksempel: "Terningen viser 5."
- **Sammensat hændelse:** Når vi kigger på flere resultater samtidig. For eksempel: "Terningen viser et lige tal."

Sandsynlighed og hændelser:

En hændelse kan have en sandsynlighed, som er et tal mellem 0 og 1, der fortæller, hvor stor en chance der er for, at hændelsen sker. Hvis sandsynligheden er 0, betyder det, at hændelsen aldrig vil ske. Hvis sandsynligheden er 1, betyder det, at hændelsen altid vil ske.

Eksempel:

- Hvis vi kaster en terning, og hændelsen er, at vi får et **lige tal**, så er sandsynligheden for dette $\frac{3}{6}$ ud af 6, eller $\frac{1}{2}$, fordi der er 3 lige tal (2, 4, 6) ud af 6 mulige udfald.

Så hændelser handler om de resultater, vi er interesserede i at få i et eksperiment, og sandsynlighed hjælper os med at forstå, hvor stor en chance der er for, at en hændelse sker.

Opgaver

Opgave 1 (Terningkast):

Du kaster en almindelig seks-sidet terning.

- Hvad er udfaldsrummet for dette eksperiment?
 - Hvad er hændelsen "at slå et lige tal"?
-

Opgave 2 (Møntkast):

Du kaster en mønt tre gange.

- Hvad er udfaldsrummet for de tre kast?
 - Svar: $U = \{1,2,3, 4, 5, 6\}$
 - Hvad er hændelsen "at få præcis to plat"?
 - Svar: $h = \{2,4,6\}$
-

Opgave 3 (Kortspil):

Du trækker ét kort fra et standardspil kort (52 kort).

- Hvad er udfaldsrummet?
 - Hvad er hændelsen "at trække et rødt billedkort"?
-

Opgave 4 (Frugt i en pose):

I en pose er der 3 æbler, 2 bananer og 5 appelsiner. Du trækker én frugt tilfældigt.

- Hvad er udfaldsrummet?
 - Hvad er hændelsen "at trække en appelsin"?
-

Opgave 5 (Biograf):

Du vælger tilfældigt en dag ud af de næste syv dage for at gå i biografen.

- Hvad er udfaldsrummet?
 - Hvad er hændelsen "at vælge en dag i weekenden"?
-

Gunstigt udfald

Et **gunstigt udfald** er bare et resultat, der går godt eller som du gerne vil have det.

Lad os tage et par eksempler:

1. **Terningekast:** Forestil dig, at du kaster en terning, og du håber på at slå en 6'er. Hvis du slår en 6'er, er det et **gunstigt udfald**. Hvis du slår noget andet, er det ikke det, du ønskede.
2. **Fodboldkamp:** Du spiller en fodboldkamp, og dit hold vil vinde. Hvis I scorer flere mål end modstanderne, er det et **gunstigt udfald**, fordi det er det, I håbede på.
3. **Test i skolen:** Hvis du har læst godt op til en matematikprøve og får en god karakter, er det et **gunstigt udfald**, fordi det er det, du ønskede skulle ske.

Kort sagt: Et gunstigt udfald er, når noget sker, som du synes er godt eller vigtigt for dig.

Opgaver

Husk at afkrydse facit på næste side

Opgave 1: Terningekast

Du kaster en terning. Hvilke udfald er **gunstige**, hvis:

- a) Du håber på at slå en 4'er?
 - b) Du vil slå et lige tal (2, 4, 6)?
 - c) Du vil slå et tal større end 3?
-

Opgave 2: Fodboldkamp

Dit hold spiller mod et andet hold. Hvilket af følgende er et **gunstigt udfald**?

- a) Dit hold scorer flest mål.
 - b) Kampen ender uafgjort.
 - c) Modstanderholdet vinder.
-

Opgave 3: Farvede kugler

I en pose ligger der 10 kugler: 4 røde, 3 blå og 3 grønne. Du trækker en kugle uden at kigge.

Hvor mange udfald er **gunstige**, hvis:

- a) Du vil trække en rød kugle?
 - b) Du vil trække en kugle, der ikke er grøn?
-

Opgave 4: Lykkehjul

På et lykkehjul er der 8 felter: 3 er gule, 2 er røde, og 3 er blå. Du drejer hjulet.

Hvilket er et **gunstigt udfald**, hvis:

- a) Du håber på at ramme et rødt felt?
 - b) Du vil undgå at ramme et blått felt?
-

Opgave 5: Kortspil

Der er 20 kort i en bunke med tallene 1 til 20. Du trækker ét kort.

Hvilket er et **gunstigt udfald**, hvis:

- a) Du vil trække et kort, der er mindre end 10?
 - b) Du vil trække et kort, der har et lige tal?
-

Opgave 6: Isbod

I en isbod sælges der 5 slags is: vanilje, chokolade, jordbær, pistacie og mango.

Hvilket er et **gunstigt udfald**, hvis:

- a) Du håber på at få chokolade?
 - b) Du vil have en frugtis (jordbær eller mango)?
-

Opgave 7: Gæt et tal

Jeg tænker på et tal mellem 1 og 5.

Hvilke udfald er **gunstige**, hvis:

- a) Mit tal er 3, og du skal gætte det?
- b) Jeg siger, at tallet er mindre end 4?

Facit

- | | | |
|--|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">○ (1, 2, 3),○ 1 Gunstige udfald,○ 2 Gunstige udfald,○ 2 Gunstige udfald,○ 3○ 4 Gunstige udfald, | <ul style="list-style-type: none">○ 5 Gunstige udfald,○ 4,○ (2,4,6)○ (4,5,6),○ 7 Gunstige udfald,○ 9 Gunstige udfald, | <ul style="list-style-type: none">○ 10 Gunstige udfald,○ Gunstigt,○ Ikke gunstigt,○ Ikke gunstigt○ a |
|--|--|--|

P i sandsynlighed?

Du har gennem dette kompendium mødt brudstykker af den endelig formel for udregning af sandsynlighed. Formlen for at udregne en sandsynlighed er

$$P = \frac{\text{Gunstige udfald}}{\text{Mulige udfald}}$$

Du tænker måske, hvorfor er der et P?

P'et kommer fra det engelsk ord "Probability", som betyder sandsynlighed.

Altså, i sandsynlighed betyder **P** "sandsynligheden for", altså chancen for, at en bestemt begivenhed sker. Det skrives ofte som:

$P(A)$

hvor A er den begivenhed, du undersøger sandsynligheden for.

Eksempler på hvad P betyder:

1. Terningekast:

- Hvis du kaster en terning og vil finde sandsynligheden for at slå en 6'er, skrives det:

$$P(\text{slå } 6) = \frac{1}{6}$$

fordi der er ét gunstigt udfald (6) ud af seks mulige.

2. Møntkast:

- Hvis du kaster en mønt og vil finde sandsynligheden for at få "krone", skrives det:

$$P(\text{krone}) = \frac{1}{2}$$

fordi der er én gunstig mulighed (krone) ud af to mulige (krone eller plat).

Hvordan beregner man P?

Sandsynligheden beregnes med denne formel:

$$P(A) = \frac{\text{Gunstige udfald}}{\text{Mulige udfald}}$$

Eksempel med farvede kugler:

Hvis der er 5 kugler i en pose: 2 røde, 2 blå, og 1 grøn, og du trækker en kugle, er sandsynligheden for at trække en rød kugle:

$$P(A) = \frac{\text{Gunstige udfald}}{\text{Mulige udfald}} \rightarrow P(\text{rød}) = \frac{\text{Rød kugle}}{\text{Antal kugler}} \rightarrow P(\text{rød}) = \frac{2}{5}$$

Vi kan nu omregne dette til procent $\rightarrow P(\text{rød}) = \frac{2}{5} = (0,4 \cdot 100) = 40 \%$

Der er altså en 40 % chance for at du trækker en rød kugle.

Opgaver

Husk at afkrydse facit

Opgave 1: Terningekast

Du kaster en almindelig terning.

Hvad er sandsynligheden for:

- a) At slå en 5'er?
 - b) At slå et ulige tal (1, 3, 5)?
-

Opgave 2: Farvede kugler

Der er 10 kugler i en pose: 3 røde, 4 blå og 3 grønne. Du trækker én kugle uden at kigge.

Hvad er sandsynligheden for:

- a) At trække en blå kugle?
 - b) At trække en kugle, der ikke er grøn?
-

Opgave 3: Kortspil

I en bunke ligger der 20 kort med tallene 1 til 20. Du trækker ét kort.

Hvad er sandsynligheden for:

- a) At trække et kort med et lige tal?
 - b) At trække et kort, der er større end 15?
-

Opgave 4: Lykkehjul

Et lykkehjul er delt i 6 felter: 2 røde, 2 blå, og 2 gule. Du drejer hjulet én gang.

Hvad er sandsynligheden for:

- a) At ramme et rødt felt?
- b) At ramme et felt, der ikke er gult?

Facit

16 %, 25%, 33%, 40 %, 50 %, 50%, 66 %, 70 %

Introduktion til kombinatorik

Nu skal vi dykke ned i en sjov del af sandsynlighed, hvor det bliver lidt mere udfordrende – nemlig når vi bruger kombinatorik!

Kombinatorik er som en superkraft, der hjælper os med at finde ud af, hvor mange forskellige muligheder der er, og hvordan vi kan tælle både de muligheder, der er heldige (de **gunstige udfald**) og de muligheder, der bare findes (de **mulige udfald**).

Så næste gang du står og kigger på en situation med mange muligheder, vil kombinatorik hjælpe dig med at regne ud, hvor stor chancen er for, at noget bestemt sker!

Forestil dig, at du er med i et spil, hvor du skal gætte chancen for at vinde! For at regne det ud, skal du både vide, hvor mange måder du kan vinde på, og hvor mange muligheder der i alt findes. Det er her **kombinatorik** og **sandsynlighed** arbejder sammen:

- **Kombinatorik** hjælper dig med at tælle alle mulighederne.
- **Sandsynlighed** fortæller dig, hvor stor chancen er for, at det, du ønsker, faktisk sker.

Introduktion til Kombinatorik

Har du nogensinde tænkt over, hvor mange forskellige måder du kan vælge en is på, hvis der er flere smagsvarianter? Eller hvor mange forskellige rækkefølger du kan stille dine yndlingsbøger op på hylden? Det er lige præcis sådan noget, vi undersøger i **kombinatorik**!

Kombinatorik handler om at finde ud af, hvor mange forskellige måder vi kan kombinere eller arrangere ting på. Det kan være alt fra at vælge toppings til en pizza til at finde ud af, hvor mange forskellige hold man kan lave med sine venner i skolegården.

Et sjovt eksempel

Forestil dig, at du skal lave en is, og du kan vælge mellem:

- 3 slags is (vanilje, chokolade, jordbær)
- 2 slags drys (chokoladekrymmel eller sukkerkrymmel)

Hvor mange forskellige is kan du lave?

Du kan kombinere hver slags is med hver slags drys.

- Vanilje med chokoladekrymmel.
- Vanilje med sukkerkrymmel.
- Chokolade med chokoladekrymmel.
- Og så videre...

Alt i alt kan du lave **6 forskellige kombinationer**! Det er kombinatorik.

Hvad kan vi lære i kombinatorik?

- **At tælle muligheder:** Hvor mange måder kan noget gøres på?
- **At vælge ting:** Hvor mange måder kan du vælge én eller flere ting?
- **At arrangere rækkefølger:** Hvor mange måder kan du stille ting op?

Kombinatorik er både sjovt og nyttigt, fordi det hjælper os med at forstå verden omkring os – og det er som en slags leg med matematik! 😊

Opgaver

Husk at afkrydse facit

Opgave 1: Pizza party

Du skal lave en pizza, og du kan vælge:

- **3 slags bund** (tynd, almindelig, grov)
- **3 slags topping** (tomat, ost, skinke)

Hvor mange forskellige pizzaer kan du lave?
Skriv alle kombinationerne ned.

Opgave 2: Klar til skole

Du skal sammensætte et outfit, og du kan vælge:

- **2 slags trøjer** (rød, blå)
- **3 slags bukser** (sort, hvid, grøn)
- **2 slags sko** (sneakers, støvler)

Hvor mange forskellige outfits kan du lave?
Skriv alle kombinationerne ned.

Opgave 3: Hva' er der til frokost?

Du skal lave en sandwich, og du kan vælge:

- **2 slags brød** (hvidt brød, groft brød)
- **3 slags fyld** (ost, tofu, kalkun)
- **2 slags dressing** (mayo, sennep)

Hvor mange forskellige sandwiches kan du lave?
Skriv alle kombinationerne ned.

Facit

9, 12, 12

Hvordan hænger kombinatorik sammen med sandsynlighed?

Hvordan hænger det sammen?

For at beregne sandsynligheder, har vi ofte brug for at tælle, hvor mange **gunstige udfald** der er, og hvor mange **mulige udfald** der i alt findes. Det er her, kombinatorik kommer ind i billedet.

Eksempel: Kast med to terninger

Du kaster to terninger og vil finde sandsynligheden for, at summen bliver 7.

1. **Kombinatorik hjælper med at tælle:**

- Alle mulige udfald: Hver terning har 6 sider, så der er $6 \cdot 6 = 36$ mulige kombinationer.
- Gunstige udfald: Der er flere kombinationer, der giver summen 7, fx (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1). Det er 6 gunstige kombinationer.

2. **Sandsynlighed bruger kombinatorik:**

Sandsynligheden for at få summen 7 er: $P(A) = \frac{\text{Gunstige udfald}}{\text{Mulige udfald}} \rightarrow P(7) = \frac{\text{syv øjne}}{\text{antal muligheder}} \rightarrow P(7) = \frac{6}{36}$

Dette kan vi så forkorte $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ eller blot lave om til procent $\frac{1}{6} = 0,16 \rightarrow 0,16 \cdot 100 = 16 \%$

Et andet eksempel: Vælge is

Du har 3 smage is (vanilje, chokolade, jordbær) og 2 slags drys (chokoladekrymmel og sukkerkrymmel). Hvor stor er sandsynligheden for at vælge vanilje med chokoladekrymmel?

1. **Kombinatorik hjælper med at tælle:**

- Der er $3 \cdot 2 = 6$ mulige kombinationer i alt.
- Der er kun 1 gunstig kombination: vanilje med chokoladekrymmel.

2. **Sandsynlighed bruger kombinatorik:**

- Sandsynligheden for at få denne kombination er:

$$P(A) = \frac{\text{Gunstige udfald}}{\text{Mulige udfald}} \rightarrow P(\text{vanilje med chokoladekrymmel}) = \frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{6} = 0,16 \cdot 100 = 16 \%$$

Kort sagt:

- Kombinatorik hjælper os med at finde antallet af **mulige udfald** og **gunstige udfald**.
- Sandsynlighed bruger disse tal til at beregne, hvor stor chancen er for, at en bestemt begivenhed sker.

Opgaver

Husk at afkrydse facit

Opgave 1: Kast med to terninger

Du kaster to terninger. Hvad er sandsynligheden for, at:

- a) Summen bliver 8?
 - b) Summen bliver 4?
-

Opgave 2: Kort fra en kortbunke

Du har en kortbunke med 10 kort nummereret fra 1 til 10. Du trækker ét kort.

- a) Hvad er sandsynligheden for, at kortet er et ulige tal?
 - b) Hvad er sandsynligheden for, at kortet er større end 7?
-

Opgave 3: Farvede kugler i en pose

I en pose ligger der 12 kugler: 5 røde, 4 blå og 3 grønne. Du trækker én kugle.

- a) Hvad er sandsynligheden for, at kuglen er blå?
 - b) Hvad er sandsynligheden for, at kuglen ikke er grøn?
-

Opgave 4: Lykkehjul

Et lykkehjul er delt i 8 felter: 3 grønne, 2 røde og 3 gule. Du drejer hjulet én gang.

- a) Hvad er sandsynligheden for at ramme et grønt felt?
 - b) Hvad er sandsynligheden for at ramme et rødt eller gult felt?
-

Opgave 5: Pizza med toppings

Du skal lave en pizza, og du kan vælge mellem:

- 3 slags bund (hvede, fuldkorn, glutenfri)
- 2 slags ost (mozzarella, cheddar)
- 4 slags topping (pepperoni, skinke, ananas, champignon)

- a) Hvor mange forskellige pizzaer kan du lave?
- b) Hvis du vælger tilfældigt, hvad er sandsynligheden for at få en pizza med glutenfri bund, cheddarost og ananas?

Facit

4, 17 %, 8, 3 %, 14 %, 24, 30 %, 33,3 %, 37,5 %, 50 %, 62,5 %, 75 %

Næste hæfte

Der er indenfor kombinatorik nogle vigtige begreber, som man skal have styr på:

- Tælletræ
- Matrix
- Med og uden tilbagelægning
- Ordnet og uordnet udtag.